

MATH-422

Introduction à la géométrie riemannienne

Trojanov Marc

| Cursus | Sem. | Type |
|-----------------------------------|----------|------|
| Ing.-math | MA2, MA4 | Opt. |
| Mathématicien | MA2, MA4 | Opt. |
| Mathématiques pour l'enseignement | MA2, MA4 | Opt. |

| | |
|-------------------------|----------------|
| Langue d'enseignement | français |
| Crédits | 5 |
| Session | Eté |
| Semestre | Printemps |
| Examen | Oral |
| Charge | 150h |
| Semaines | 14 |
| Heures | 4 hebdo |
| Cours | 2 hebdo |
| Exercices | 2 hebdo |
| Nombre de places | |

Résumé

La géométrie riemannienne est un (peut-être le) chapitre central de la géométrie différentielle et de la géométrie contemporaine en général. Le sujet est très riche et ce cours est une modeste introduction aux bases du sujet.

Contenu

- Variétés riemanniennes, définition.
- Exemples importants de variétés riemanniennes.
- Longueur des courbes et distances.
- Volume.
- Géodésiques et connexion.
- Application exponentielle, lemme de Gauss
- Complétude, théorème de Hopf-Rinow.
- Transport parallèle et holonomie.
- Tenseur de courbure et courbure sectionnelle.
- Champs de Jacobi
- Hypersurfaces et seconde forme fondamentale.
- Influence de la courbure sur la topologie.

Mots-clés

Métrie riemannienne, géodésiques, courbure, connexions.

Compétences requises**Cours prérequis obligatoires**

Introduction aux variétés différentiables
Topologie, Analyse III-IV

Cours prérequis indicatifs

Homologie et Cohomologie

Acquis de formation

A la fin de ce cours l'étudiant doit être capable de:

- Comprendre les notions de bases de la géométrie riemannienne
- Décrire des exemples simples de variétés riemanniennes.
- Prouver des théorèmes de géométrie riemannienne locale ou globale

Compétences transversales

- Auto-évaluer son niveau de compétence acquise et planifier ses prochains objectifs d'apprentissage.
- Faire preuve d'inventivité

Méthode d'enseignement

Cours ex-cathédra avec séances d'exercices obligatoires. Un mini-projet sera aussi demandé.

Travail attendu

Ce cours demande un investissement important. Les participants au cours devront compléter le matériel couvert par des lectures et participer activement aux exercices. Y compris en corrigeant parfois des exercices au tableau noir.

Méthode d'évaluation

Examen Oral

Dans le cas de l'art. 3 al. 5 du Règlement de section, l'enseignant décide de la forme de l'examen qu'il communique aux étudiants concernés.

Encadrement

Assistants Oui

Ressources

Service de cours virtuels (VDI)

Non

Bibliographie

Deux livres de base sur le sujet sont :

- Lee, John M. *Riemannian manifolds. An introduction to curvature*. Graduate Texts in Mathematics, 176. Springer-Verlag, New York, 1997.
- do Carmo, Manfredo *Riemannian geometry*. Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 1992.

Une bibliographie plus complète sera donnée sur moodle.

Ressources en bibliothèque

- [Riemannian manifolds / Lee](#)
- [Riemannian geometry / Do Carmo](#)

Polycopiés

Polycopié de Peter Buser

Préparation pour

Tout cours avancé en géométrie différentielle (e.g. géométrie hyperbolique), dynamique, relativité et cosmologie.