

MATH-422

**Introduction à la géométrie riemannienne**

Trojanov Marc

Cursus	Sem.	Type
Ing.-math	MA2, MA4	Opt.
Mathématicien	MA2, MA4	Opt.
Mathématiques pour l'enseignement	MA2, MA4	Opt.

Langue d'enseignement	français
Crédits	5
Session	Eté
Semestre	Printemps
Examen	Oral
Charge	150h
Semaines	14
<b>Heures</b>	<b>4 hebdo</b>
Cours	2 hebdo
Exercices	2 hebdo
<b>Nombre de places</b>	

**Résumé**

La géométrie riemannienne est un (peut-être le) chapitre central de la géométrie différentielle et de la géométrie contemporaine en général. Le sujet est très riche et ce cours est une modeste introduction aux bases du sujet.

**Contenu**

- Variétés riemanniennes, définition.
- Exemples importants de variétés riemanniennes.
- Longueur des courbes et distances.
- Volume.
- Géodésiques et connexion.
- Application exponentielle, lemme de Gauss
- Complétude, théorème de Hopf-Rinow.
- Transport parallèle et holonomie.
- Tenseur de courbure et courbure sectionnelle.
- Champs de Jacobi
- Hypersurfaces et seconde forme fondamentale.
- Influence de la courbure sur la topologie.

**Mots-clés**

Métrie riemannienne, géodésiques, courbure, connexions.

**Compétences requises****Cours prérequis obligatoires**

Introduction aux variétés différentiables  
Topologie, Analyse III-IV

**Cours prérequis indicatifs**

Homologie et Cohomologie

**Acquis de formation**

A la fin de ce cours l'étudiant doit être capable de:

- Comprendre les notions de bases de la géométrie riemannienne
- Décrire des exemples simples de variétés riemanniennes.
- Prouver des théorèmes de géométrie riemannienne locale ou globale

### Compétences transversales

- Auto-évaluer son niveau de compétence acquise et planifier ses prochains objectifs d'apprentissage.
- Faire preuve d'inventivité

### Méthode d'enseignement

Cours ex-cathédra avec séances d'exercices obligatoires. Un mini-projet sera aussi demandé.

### Travail attendu

Ce cours demande un investissement important. Les participants au cours devront compléter le matériel couvert par des lectures et participer activement aux exercices. Y compris en corrigeant parfois des exercices au tableau noir.

### Méthode d'évaluation

Examen Oral

Dans le cas de l'art. 3 al. 5 du Règlement de section, l'enseignant décide de la forme de l'examen qu'il communique aux étudiants concernés.

### Encadrement

Assistants                      Oui

### Ressources

#### Service de cours virtuels (VDI)

Non

#### Bibliographie

Deux livres de base sur le sujet sont :

- Lee, John M. *Riemannian manifolds. An introduction to curvature*. Graduate Texts in Mathematics, 176. Springer-Verlag, New York, 1997.
- do Carmo, Manfredo *Riemannian geometry*. Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 1992.

Une bibliographie plus complète sera donnée sur moodle.

#### Ressources en bibliothèque

- [Riemannian manifolds / Lee](#)
- [Riemannian geometry / Do Carmo](#)

#### Polycopiés

Polycopié de Peter Buser

### Préparation pour

Tout cours avancé en géométrie différentielle (e.g. géométrie hyperbolique), dynamique, relativité et cosmologie.