EPFL

MATH-213 **Géométrie différentielle**

Troyanov Marc

Cursus	Sem.	Type
Mathématiques	BA3	Obl.

Langue d'enseignement	français
Crédits	5
Session	Hiver
Semestre	Automne
Examen	Ecrit
Charge	150h
Semaines	14
Heures	**6 hebdo**
Cours	3 hebdo
Exercices	3 hebdo
Nombre de places	

Résumé

Ce cours est une introduction à la géométrie différentielle classique des courbes et des surfaces, principalement dans le plan et l'espace euclidien.

Contenu

Courbes dans le plan et l'espace euclidien.

- Courbes implicites et paramétrées, paramétrisation d'une courbe donnée, divers exemples et constructions. Champs de vecteurs le long d'une courbe, repères mobiles.
- Longueur d'une courbe, paramétrisation naturelle.
- Courbure, torsion et leur interprétation géométrique, équations de Serret-Frenet.
- Constructions de courbes telles que les (épi)cycloïdes, enveloppes, développées et développantes etc.
- Quelques résultats globaux : l'inégalité isopérimétrique dans le plan, le théorème des quatre sommets, estimation du diamètre pour les courbes de courbure monotone.

Norions de bases surfaces

- La notion de sous-variété de R^n, cartes, paramétrisation locale, espace tangent.
- Le tenseur métrique (première forme fondamentale) d'une surface paramétrée et sa signification géométrique : aire, angles, longueur des courbes sur une surface.
- Paramétrisations spéciales : conformes, équivalente ou projectives. Application à la géométrie de la sphère (cartes stéréographiques et cartes de Mercator). Trigonométrie sphérique.
- Application de Gauss et courbure des surfaces : courbures normales, courbures principales, courbures moyennes et gaussiennes. La deuxième forme fondamentale.
- Points elliptiques/hyperboliques/paraboliques/plats/ombilques sur une surface.
- Loi de Laplace Young et surfaces minimales.
- Courbes sur les surfaces, courbure normale et géodésique, géodésiques.
- Surfaces réglées.
- Surfaces isométriques. Le théorème Egregium de Gauss.
- Quelques résultats globaux tels que le théorème d'Hadamard sur les ovaloïdes et le théorème de Hilbert sur les surfaces à courbure négative constante.

Notions de géométrie hyperbolique

- Surfaces dans l'espace de Lorentz-Minkowski.
- Différents modèles du plan hyperbolique, quelques rudiments de géométrie hyperbolique.

• Relation avec la géométrie de Lobatchevskii, l'histoire du cinquième postulat.

Divers
• Certains liens avec d'autre cours tels que Analyse 3 seront explorés.
• Une partie des exercices se feront sur Maple et/ou un autre environement informatique adéquat.

Mots-clés

Courbes, surfaces, courbure, torsion, géométrie différentielle.

Compétences requises

Cours prérequis obligatoires

Tous les cours de première année du programme de mathématiques.

Cours prérequis indicatifs

Tous les cours de première année du programme de mathématiques.

Acquis de formation

A la fin de ce cours l'étudiant doit être capable de:
• Donner des exemples de courbes et surface et savoir les paramétrer.
• Enoncer les définitions étudiées au cours
• Enoncer Les théorème et propositions étudiés au cours
• Résoudre Les problèmes donnés en exercices
• Démontrer Les théorème du cours

Compétences transversales

• Utiliser les outils informatiques courants ainsi que ceux spécifiques à leur discipline.

Méthode d'enseignement

Cours ex-cathedra avec séances d'exercices.

Travail attendu

Etudier le cours, le comprendre, faire les exercices.

Méthode d'évaluation

Examen écrit

Ressources

Bibliographie

Une bibliographie sera fournie au début du cours

Préparation pour

Variété différentiables, Variété riemanniennes, géométrie algébrique.