

MATH-206

**Analyse IV**

Aru Juhan

Cursus	Sem.	Type
Physique	BA4	Obl.

Langue d'enseignement	français
Crédits	4
Session	Eté
Semestre	Printemps
Examen	Ecrit
Charge	120h
Semaines	14
<b>Heures</b>	<b>4 hebdo</b>
Cours	2 hebdo
Exercices	2 hebdo
<b>Nombre de places</b>	

**Résumé**

En son coeur, c'est un cours d'analyse fonctionnelle pour les physiciens et traite les bases de théorie de mesure, des espaces des fonctions et opérateurs linéaires.

**Contenu**

Au lieu d'étudier les espaces  $R^n$ , ses sous-espaces, on va plutôt analyser dans ce cours les espaces des fonctions et transformations définis sur ces espaces.

Ceci forme la base mathématique pour traiter des équations différentielles, mais aussi pour les théories plus avancées comme mécanique quantique, ou théories des champs quantiques.

On va commencer par discuter le cadre mathématique (mesure/intégrale de Lebesgue, espaces des fonctions continues, espaces des fonctions  $L^2$ ,  $L^p$ , espaces des fonctions généralisées (distributions) comme la fonction delta de Dirac...)

En faisant ça, on fait connaissance brève aussi les notions un plus générales abstraites des espaces de mesure générales et des espaces de Banach et Hilbert.

Ensuite on va étudier la théorie de base des opérateurs linéaires sur les espaces des fonctions. On va parler des opérateurs différentielles et intégrales, des opérateurs Fourier et on va également toucher la théorie un peu plus abstraite des opérateurs linéaires et la théorie spectrale. Ca nous ramène à discuter la théorie de équations Sturm-Liouville et l'origine de plein des fonctions spéciales comme celles de Hermite, Bessel, Legendre.

**Mots-clés**

intégrale de Lebesgue, mesure de Lebesgue, espace de Banach  $L^p$ , Espace de Hilbert  $L^2$ , distributions, fonction de delta, base orthonormée, série de Fourier, transformation de Fourier, opérateur linéaire, Sturm-Liouville

**Compétences requises****Cours prérequis obligatoires**

Analyse I,II et III, Algèbre linéaire

**Acquis de formation**

A la fin de ce cours l'étudiant doit être capable de:

- Distinguer les espaces des fonctions
- Elaborer sur la théorie de mesure / l'intégrale de Lebesgue
- Distinguer les fonctions généralisées
- Elaborer la théorie et les applications des séries de Fourier et de la transformation de Fourier

- Utiliser les opérateurs linéaires
- Analyser les problèmes de Sturm-Liouville

### Méthode d'évaluation

examen écrit

### Ressources

#### Bibliographie

- N. Boccara, *Functional Analysis: an introduction for physicists*
- A. N. Kolmogorov and S. V. Fomin, *Elements of the Theory of Functions and Functional Analysis*
- Les notes de cours de J. Stubbe: <https://sma.epfl.ch/cours/csma/analyse4.htm>
- autres livres utiles mentionnés aux cours

#### Ressources en bibliothèque

- [Elements of the Theory of Functions and Functional Analysis \(vol. 1\) / Kolmogorov](#)
- [Elements of the Theory of Functions and Functional Analysis\(vol. 2\) / Kolmogorov](#)
- [Functional Analysis / Boccara](#)

#### Polycopiés

probablement