

MATH-422

Introduction à la géométrie riemannienne

Cursus	Sem.	Type
Ing.-math	MA2, MA4	Opt.
Mathématicien	MA2	Opt.

Langue d'enseignement	français
Crédits	5
Session	Été
Semestre	Printemps
Examen	Oral
Charge	150h
Semaines	14
Heures	4 hebdo
Cours	2 hebdo
Exercices	2 hebdo
Nombre de places	

Remarque

pas donné en 2024-25

Résumé

La géométrie riemannienne est un (peut-être le) chapitre central de la géométrie différentielle et de la géométrie riemannienne en général. Le sujet est très riche et ce cours est une modeste introduction aux bases du sujet.

Contenu

- Variétés riemanniennes, définition.
- Exemples importants de variétés riemanniennes.
- Longueur des courbes et distances.
- Volume.
- Géodésiques et connexion.
- Transport parallèle et holonomie
- Application exponentielle, lemme de Gauss
- Complétude, théorème de Hopf-Rinow.
- Tenseur de courbure et courbure sectionnelle.
- Champs de Jacobi
- Hypersurfaces et seconde forme fondamentale.
- Influence de la courbure sur la topologie.

Mots-clés

Métrie riemannienne, géodésiques, courbure, connexions.

Compétences requises

Cours prérequis obligatoires

Introduction aux variétés différentiables
Analyse III-IV,
Topologie

Cours prérequis indicatifs

Homologie et Cohomologie

Concepts importants à maîtriser

- Comprendre les notions de bases de la géométrie riemannienne.
- Décrire des exemples simples de variétés riemanniennes.
- Prouver des théorèmes de géométrie riemannienne locale ou globale
-

Acquis de formation

A la fin de ce cours l'étudiant doit être capable de:

- Prouver les théorèmes étudiés au cours.
- Synthétiser les concepts du cours
- Énoncer les définitions et résultats du cours

Compétences transversales

- Auto-évaluer son niveau de compétence acquise et planifier ses prochains objectifs d'apprentissage.
- Comparer l'état des réalisations avec le plan et l'adapter en conséquence.
- Gérer ses priorités.

Méthode d'enseignement

Cours ex-cathédra avec séances d'exercices obligatoires.
Un mini-projet sera aussi demandé.

Travail attendu

- Ce cours demande un investissement important. Les participants au cours devront compléter le matériel couvert par des lectures et participer activement aux exercices. Y compris en corrigeant parfois des exercices au tableau noir.

Méthode d'évaluation

Examen oral.

Dans le cas de l'art. 3 al. 5 du Règlement de section, l'enseignant décide de la forme de l'examen qu'il communique aux étudiants concernés.

Encadrement

Office hours	Non
Assistants	Oui
Forum électronique	Non

Ressources**Service de cours virtuels (VDI)**

Non

Bibliographie

Deux livres de base sur le sujet sont :

- Lee, John M. Riemannian manifolds. An introduction to curvature. Graduate Texts in Mathematics, 176. Springer-Verlag, New York, 1997.
 - do Carmo, Manfredo Riemannian geometry. Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 1992.
- Une bibliographie plus complète sera donnée sur moodle.

Ressources en bibliothèque

- [Riemannian geometry / do Carmo](#)
- [Riemannian manifolds / Lee](#)
- [\(version électronique\)](#)

Polycopiés

Oui

Liens Moodle

- <https://go.epfl.ch/MATH-422>

Préparation pour

Tout cours avancé en géométrie différentielle (e.g. géométrie hyperbolique), dynamique. Relativité et cosmologie.